

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ASTRA”

Etapa locală, 07.02.2026

Filiera tehnologică

Clasa a IX-a

1.

a) (10p) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $|2x-1|+|x+3|=7$.

b) (10p) Arătați că $(\sqrt{n-1}-1)^2 = n-2\sqrt{n-1}$, pentru orice număr natural nenul n și determinați $[b-a]$

știind că $a = \sqrt{2026+2\sqrt{2025}}$ și $b = \sqrt{2026-2\sqrt{2025}}$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x .

2.

a) (10p) Arătați că $(11^4 + 12^5)$ este divizibil cu 133.

b) (15p) Arătați că $(11^{n+2} + 12^{2n+1}) : 133, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

3. Se consideră paralelogramul $ABCD$ și punctele $M \in AB$, $N \in AC$ astfel încât $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{AB}$,
 $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{5} \cdot \overrightarrow{AC}$.

a) (10p) Exprimați vectorii $\overrightarrow{DN}$, $\overrightarrow{MN}$ în funcție de vectorii $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AD}$.

b) (10p) Arătați că punctele D, N, M sunt coliniare.

4. La fizică, prin rezultanta a două forțe aplicate în același punct înțelegem suma vectorilor care reprezintă cele două forțe. Punctul material asupra căruia am aplicat două forțe se comportă ca și cum asupra lui ar acționa rezultanta acelor forțe.

Se consideră o placă triunghiulară cu vârfurile A, B, C . Fie M mijlocul laturii BC și G un punct pe mediana AM a triunghiului ABC astfel încât $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GM}$. Un elev afirmă:

„Dacă asupra plăcii în punctul material situat în G se aplică trei forțe simultan $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ asociate cu vectorii $\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB}$, respectiv $\overrightarrow{GC}$, placa nu se mișcă.”

a) (10p) Realizați desenul corespunzător și exprimați vectorul $\overrightarrow{GM}$ în funcție de vectorii $\overrightarrow{GB}$ și $\overrightarrow{GC}$.

b) (15p) Afirmarea elevului este adevărată? Justificați răspunsul dat.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.